

## I-207

B.Sc. (Part-II) Supplementary/Special

Examination, 2021

**MATHEMATICS**

Paper - III

(Mechanics)

*Time Allowed : Three Hours*

*Maximum Marks : 50*

*Minimum Pass Marks : 17*

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से दो भाग करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

**Note :** Attempt all five questions. Two parts from each unit are compulsory. All questions carry equal marks.

### इकाई-I / UNIT-I

**Q. 1.** (a)  $l$  लम्बाई का एक टेलीग्राफ का तार एक ही ऊँचाई के दो खंभों से बाँधकर लटकाया गया है। जबकि खंभों के

(2)

बीच की दूरी  $a$  है। मध्य में एक छोटा आनमन  $b$  है।

दिखाइये कि

$$l - a = \frac{8b^2}{3a} \text{ (निकटतम)}$$

A telegraph wire of length  $l$  hangs between two post on the same level at distance  $a$  apart the small sag at the centre bring  $b$ , show that

$$l - a = \frac{8b^2}{3a} \text{ (approximately)}$$

(b) सिद्ध कीजिए कि किसी केटिनरी के किसी बिन्दु पर अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल उस बिन्दु पर वक्रता त्रिज्या के समानुपाती होता है।

Prove that the area of normal section at any point of the catenary of uniform strength is proportional to the radius of curvature.

(3)

- (c) एक पिण्ड समान कोणीय त्वरण  $\alpha$  से परिभ्रमण करता है। यदि स्थिर अवस्था से  $\theta$  अंश घूमने के पश्चात् उसका कोणीय वेग  $w$  हो तब दिखाइये कि

$$w^2 = 2\alpha\theta$$

A body rotates with uniform angular acceleration  $\alpha$ . If  $w$  is the angular velocity when the body has turned through an angle  $\theta$  from rest. Show that

$$w^2 = 2\alpha\theta$$

इकाई-II / UNIT-II

- Q. 2. (a) अतिपरवलयज के एक ही निकाय के जनकों पर बल क्रिया करते हैं। दिखाइये कि उसी निकाय के दो जनक रेखाएँ शून्य रेखाएँ होंगी।

Forces act along generators of the same system of a hyperboloid. Show that two generators of the same system are null lines of the system of forces.

(4)

- (b) एक बल के निर्देशांकों की दिशाओं में अवयव क्रमशः X, Y, Z हैं। तथा इन अक्षों की दिशा में बलयुग्म के आघूर्ण क्रमशः L, M, N हैं। दिखाइये कि एकमात्र बल का परिमाण  $\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$  तथा उसकी क्रिया रेखा का समीकरण  $\frac{yZ - zY}{L} = \frac{Zx - xZ}{M} = \frac{xY - yX}{N} = 1$  हैं।

A single force is equivalent to component forces X, Y, Z along the axes of coordinates and to couples L, M, N about these axes.

Show that the magnitude of the single force is  $\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$  and that the equation to its line of action is

$$\frac{yZ - zY}{L} = \frac{Zx - xZ}{M} = \frac{xY - yX}{N} = 1$$

- (c) दिखाइये कि

$$a_m = \frac{\epsilon_{ikm} X_i L_k}{X_i^2}$$

केन्द्रीय अक्ष पर एक बिन्दु है।

(5)

Show that

$$a_m = \frac{\epsilon_{ikm} X_i L_k}{X_j^2}$$

is a point on the central axis.

**इकाई-III / UNIT-III**

**Q. 3.** (a) सिद्ध कीजिए कि  $\frac{2\pi}{w}$  आवर्तकाल वाले एक सरल

आवर्त गति में कण का प्रारंभिक विस्थापन यदि  $x_0$  हो

और प्रारंभिक वेग  $\mu_0$  हो। तब उसका आयाम

$$\sqrt{x_0^2 + \frac{\mu_0^2}{w^2}} \text{ होगा।}$$

Prove that in an S.H.M. of period  $\frac{2\pi}{w}$ , if the

initial displacement be  $x_0$  and the initial

velocity  $\mu_0$ , the amplitude will be  $\sqrt{x_0^2 + \frac{\mu_0^2}{w^2}}$ .

(b) सिद्ध कीजिए कि किसी वक्र में अचर वेग से गतिमान

कण का त्वरण  $P\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2$  होगा।

Prove that the acceleration of a point moving

in a curve with uniform speed is  $P\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2$ .

(6)

(c) यदि कोई कण वक्र  $r^n \cos n\theta = a^n$  पर गतिमान है।

तब उस पर लगने वाला बल  $P$  ज्ञात कीजिए।

A particle describes the curve  $r^n \cos n\theta = a^n$

under a force  $P$  to the pole, find the law of

force.

**इकाई-IV / UNIT-IV**

**Q. 4.** (a) यदि कोई कण वक्र  $au = \tanh\left(\frac{\theta}{\sqrt{2}}\right)$  पर गतिमान है।

तब उस पर लगने वाला बल ज्ञात कीजिए।

Find the force to the pole when a particle

describes the curve  $au = \tanh\left(\frac{\theta}{\sqrt{2}}\right)$ .

(b) एक कण वृत्त  $r = 2a \cos \theta$  पर इस प्रकार गतिमान

हो कि उसका मूलबिन्दु की ओर त्वरण सदैव शून्य हो

सिद्ध कीजिए कि  $\frac{d^2\theta}{dt^2} = -2\cot\theta \cdot \dot{\theta}^2$

(7)

A particle move along a circle  $r = 2a \cos \theta$  in such a way that its acceleration towards the origin is always zero. Prove that

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -2\cot\theta \cdot \dot{\theta}^2$$

- (c) एक कण अचर वेग  $V$  से वक्र  $S = c \tan \psi$  पर गतिमान है। दिखाइये कि इसका त्वरण किसी बिन्दु पर उस कण की वेग वृद्धि  $f = \frac{V^2}{\sqrt{c^2 + s^2}}$  होगी।

A particle describes the cycloid  $S = c \tan \psi$  with uniform speed  $V$ . Show that its acceleration  $f$  at any point is given by

$$f = \frac{V^2}{\sqrt{c^2 + s^2}}$$

इकाई-V / UNIT-V

- Q. 5. (a) एक कण अचर कोणीय वेग से वक्र  $r = ae^\theta$  पर गमन करता है दिखाइये कि उसका त्रिज्य त्वरण शून्य है।

(8)

तथा उसका अनुप्रस्थ त्वरण, ध्रुव से उसकी दूरी से समानुपाती हैं।

A particle describes the curve,  $r = ae^\theta$  with constant angular velocity, show that its radial acceleration is zero and the transverse acceleration varies as its distance from the pole.

- (b) बेलनीय निर्देशांक के पदों में किसी कण का त्वरण ज्ञात करो।

Find the acceleration of a particle in terms of cylindrical co-ordinates.

- (c) यदि कोई कण वक्र  $r^n \cos n\theta = a^n$  पर गतिमान है। तब उस पर लगने वाला बल  $P$  ज्ञात कीजिए।

A particle describes the curve  $r^n \cos n\theta = a^n$  under a forces  $P$  to the pole, find the law of forces.